

Курс «Космическая картография»

Лекция 03

Перспективная проекция для случая сферической планеты

ver. 2014.09.13

Корохин Виктор Валентинович

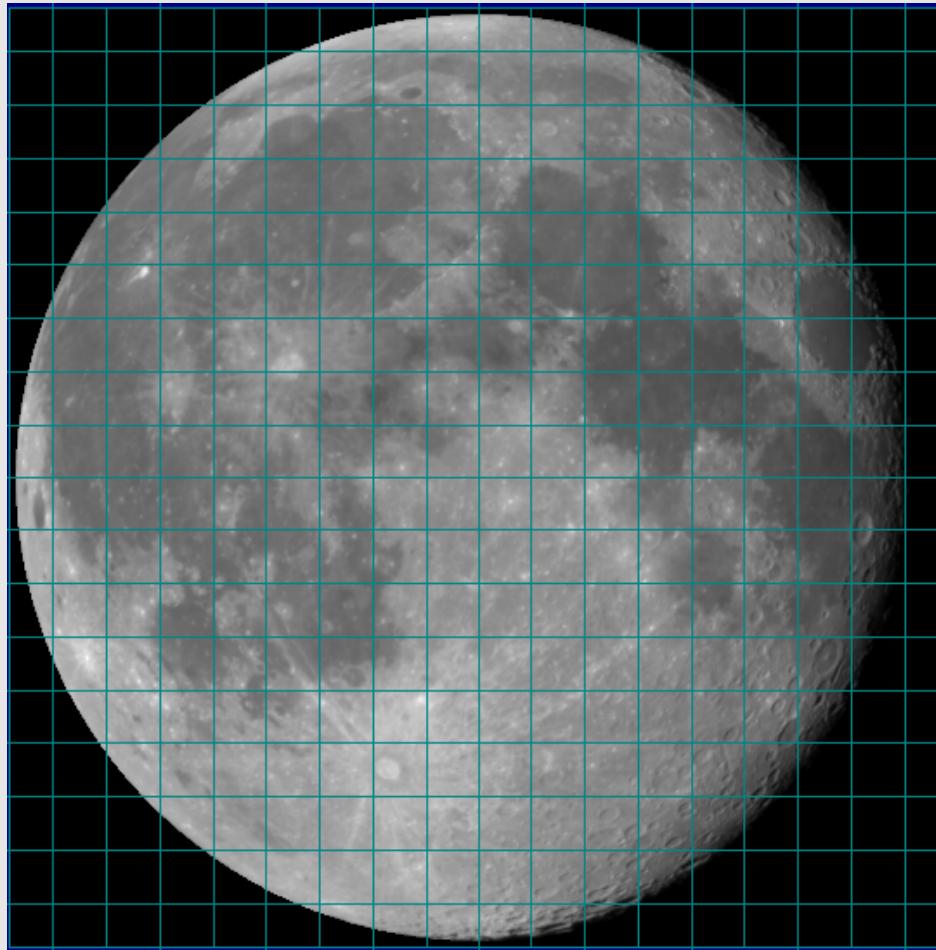
v.v.korokhin@gmail.com

Institute of Astronomy,
Kharkiv V.N. Karazin National University, Ukraine

2014, Харьков

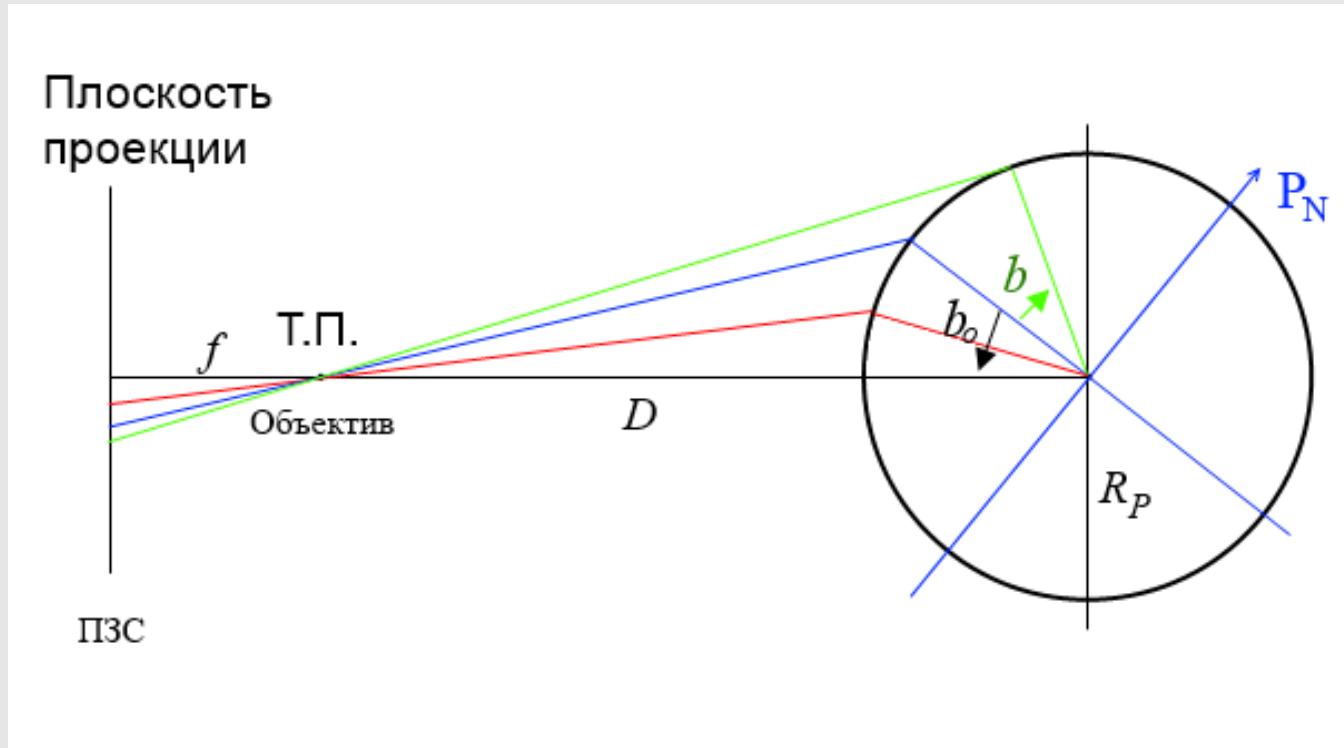
План лекции

- 1. Схема построения косой внешней перспективной проекции.**
- 2. Параметры, задающие косую внешнюю перспективную проекцию.**
- 3. Переход от прямоугольных координат на плоскости перспективной проекции к планетографическим координатам для случая сферической планеты.**
- 4. Обратное преобразование.**



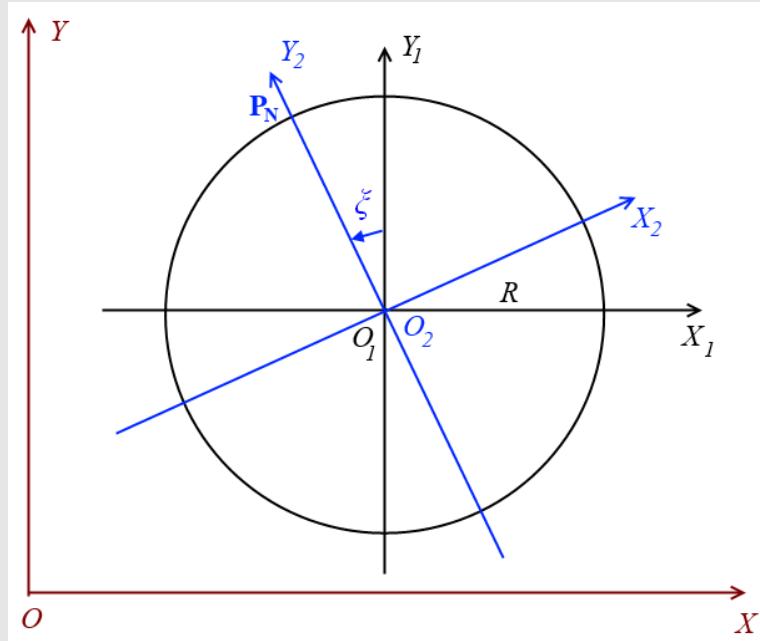
**Изображение, получаемое наземным телескопом или
камерой на борту КА, является
внешней косой перспективной проекцией**

Схема построения косой внешней перспективной проекции



Рассмотрим случай сферической планеты [1].

Изображение планеты и системы координат



оси вращения планеты.

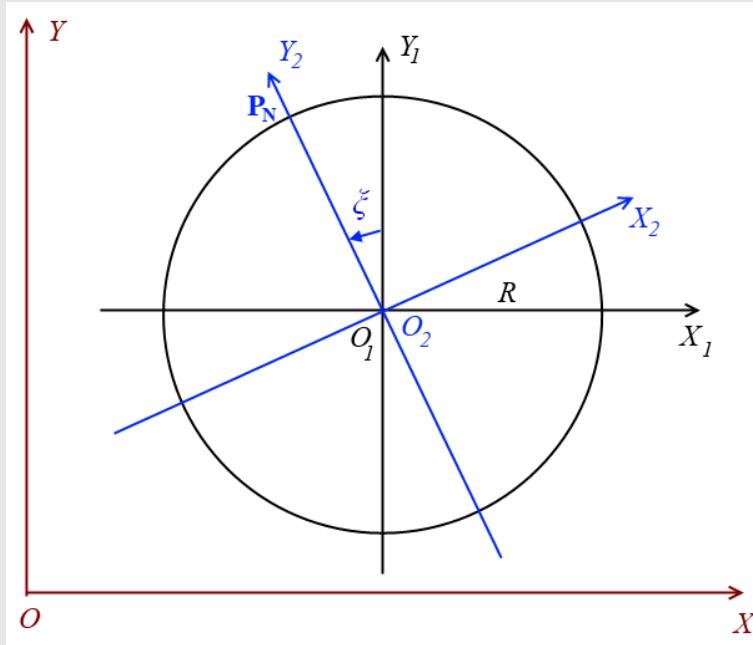
(XOY) – система координат на плоскости проекции (ПЗС, память компьютера).

$(X_1O_1Y_1)$ – система координат, центр которой совпадает с проекцией поднаблюдательной точки. Z направлена на наблюдателя.

$(X_2O_2Y_2)$ – система координат, ось Y которой параллельна проекции

$(X_3O_3Y_3)$ – система координат, ось Z которой проходит через точку с нулевыми планетографич. координатами (либрация устранена).

Параметры, задающие косую внешнюю перспективную проекцию



x_0, y_0 – координаты поднаблюдательной точки на плоскости проекции;

R – радиус изображения планеты (например, в пикселях);

D – расстояние от центра планеты до наблюдателя (в радиусах планеты);

ξ – позиционный угол центрального меридиана планеты, отсчитываемый от положения "север – вверху" и увеличивающийся при повороте изображения против часовой стрелки;

b_0, l_0 – планетографические координаты поднаблюдательной точки;

Также для масштаба необходимо знать фокусное расстояние объектива f .

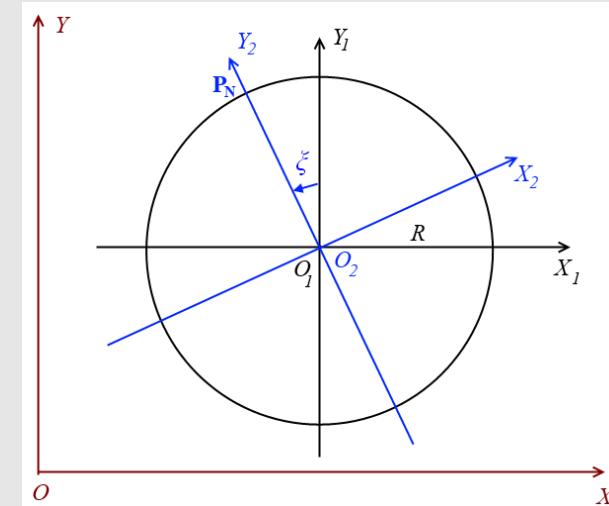
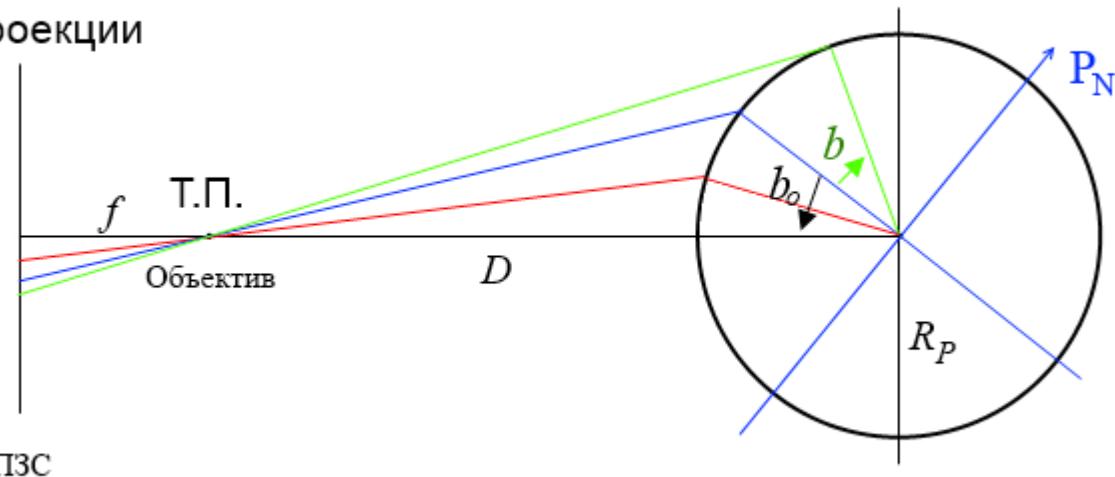
Переход от прямоугольных координат на плоскости перспективной проекции к планетографическим координатам

Пересчет координат удобнее всего проводить поэтапно путем осуществления последовательной серии параллельного переноса, перемасштабирования и поворотов.

Этап 1: $(XOY) \rightarrow (X_1O_1Y_1)$

Переход от системы координат на плоскости проекции к системе прямоугольных координат, центр которой находится в центре планеты, ось Z_1 направлена на наблюдателя, а оси X_1 и Y_1 параллельны и сонаправлены осям X и Y на плоскости проекции соответственно.

Плоскость
проекции



$$z_1 = \left(r_0 \cdot r_d + \sqrt{r_d^2 - r_0^2 + 1} \right) / \left(r_d^2 + 1 \right), \quad (1)$$

где $r_0 = r_d \cdot D$, $r_d = r/d$, $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$, $d = R \sqrt{D^2 - 1}$

$$x_1 = (x - x_0) / k, \quad (2)$$

$$y_1 = (y - y_0) / k, \quad (3)$$

где масштабный множитель $k = d / (D - z_1)$. (4)

Величины x , y , x_0 , y_0 , R , k , r , d измеряются в пикселях, а величины D , r_d , r_0 , x_1 , y_1 , z_1 – безразмерные и представляют собой расстояния, нормированные на радиус планеты R_P .

Масштаб регистрируемого изображения определяется фокусным расстоянием камеры f (например, в метрах) и размером пикселя S_{pix} (в тех же единицах):

$$R = f / (S_{pix} \cdot D). \quad (5)$$

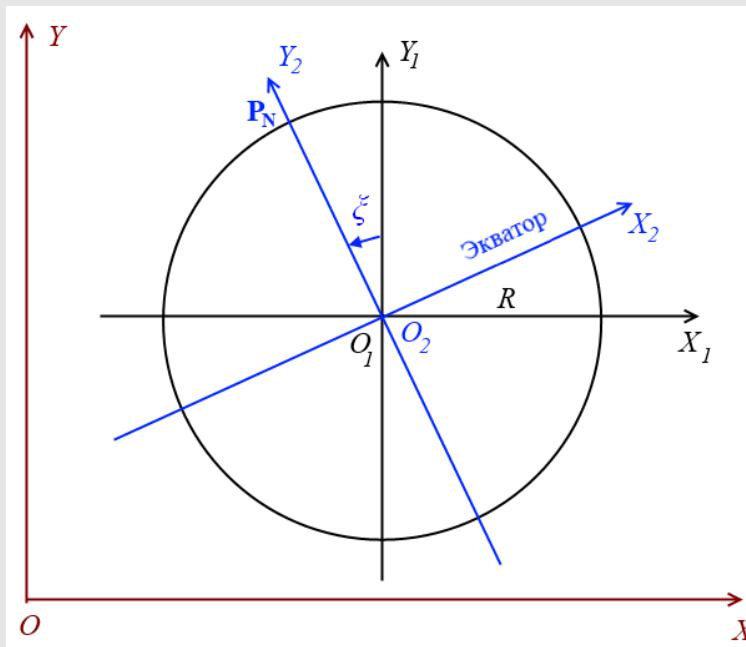
Этап 2: $(X_1 O_1 Y_1) \rightarrow (X_2 O_2 Y_2)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на позиционный угол ξ вокруг оси Z_1 с тем, чтобы ось Y_2 оказалась направленной вдоль центрального планетографического меридиана:

$$x_2 = x_1 \cos \xi + y_1 \sin \xi \quad (6)$$

$$y_2 = -x_1 \sin \xi + y_1 \cos \xi \quad (7)$$

$$z_2 = z_1. \quad (8)$$



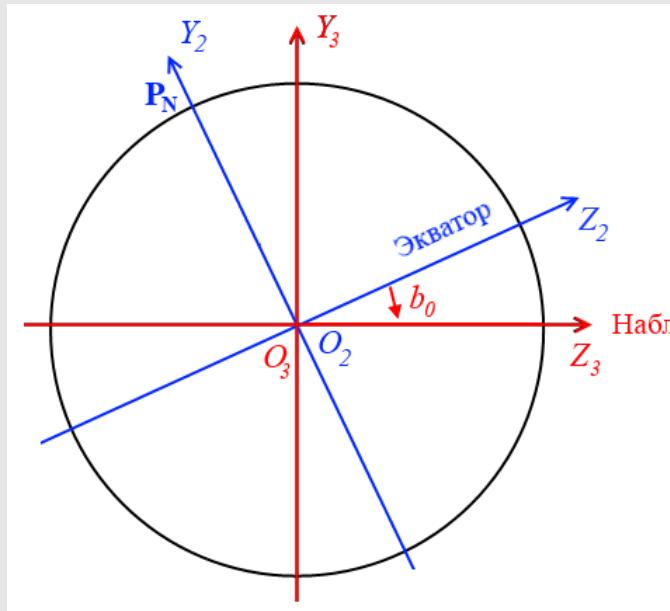
Этап 3: $(X_2O_2Y_2) \rightarrow (X_3O_3Y_3)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на угол b_0 вокруг оси X_2 (лежащей в плоскости экватора планеты) с тем, чтобы ось Y_3 оказалось направленной на северный полюс планеты:

$$x_3 = x_2. \quad (9)$$

$$y_3 = y_2 \cos b_0 + y_1 \sin b_0, \quad (10)$$

$$z_3 = -y_2 \sin b_0 + z_2 \cos b_0, \quad (11)$$



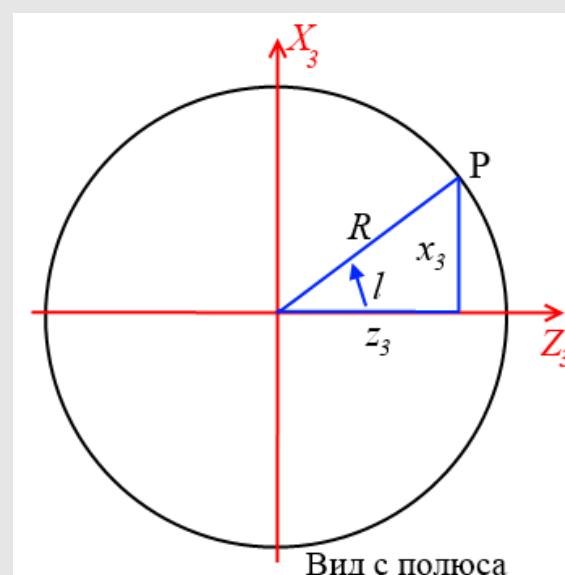
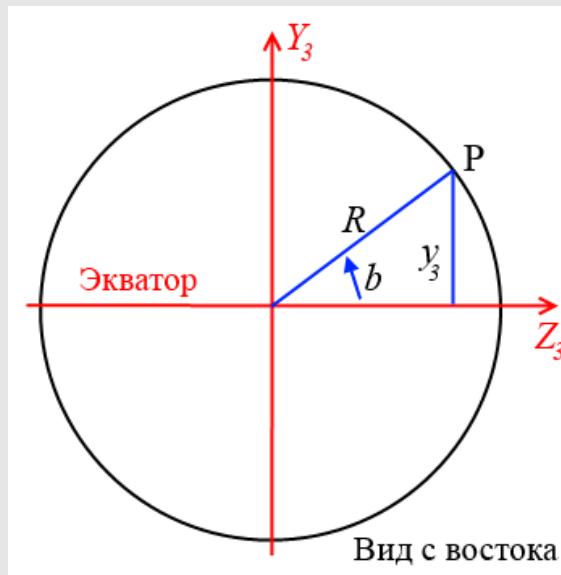
Этап 4: $(X_3O_3Y_3) \rightarrow (l, b)$

Переход от прямоугольных координат к сферическим (планетографическим: l – планетографич. долгота, b – планетографич. широта):

$$b = \arcsin y_3, \quad (12)$$

$$l = l_0 + \operatorname{arctg} (x_3 / z_3), \quad (13)$$

причём, если z_3 отрицательно, то l в (13) следует увеличить или уменьшить на 180° , устранив тем самым неоднозначность функции arctg .



Переход от планетографических координат к прямоугольным координатам на плоскости перспективной проекции

**Производятся те же этапы преобразований,
но в обратном направлении.**

Этап 1: $(l, b) \rightarrow (X_3 O_3 Y_3)$

Переход от сферических координат к прямоугольным:

$$x_3 = \sin(l - l_0) \cdot \cos b, \quad (14)$$

$$y_3 = \sin b, \quad (15)$$

$$z_3 = \cos(l - l_0) \cdot \cos b. \quad (16)$$

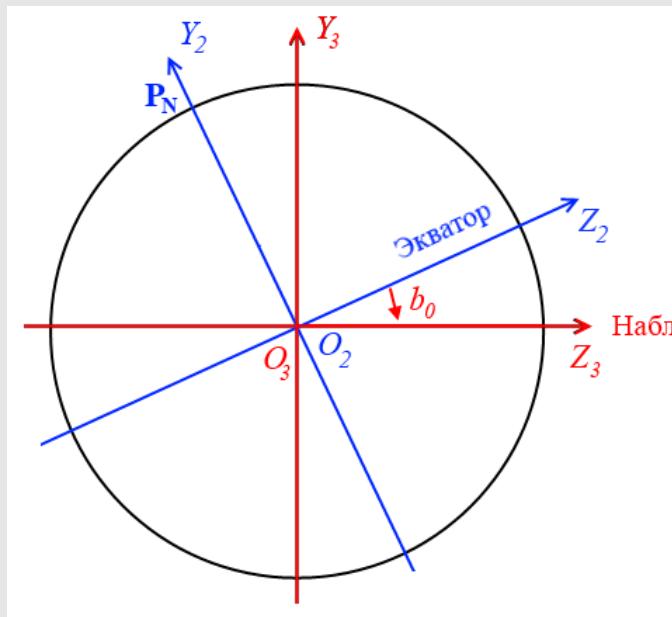
Этап 2: $(X_3O_3Y_3) \rightarrow (X_2O_2Y_2)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на угол b_0 вокруг оси X_3 (лежащей в плоскости экватора планеты) с тем, чтобы ось Z_2 оказалось направленной на наблюдателя:

$$x_2 = x_3. \quad (17)$$

$$y_2 = y_3 \cos b_0 - z_3 \sin b_0, \quad (18)$$

$$z_2 = y_3 \sin b_0 + z_3 \cos b_0. \quad (19)$$



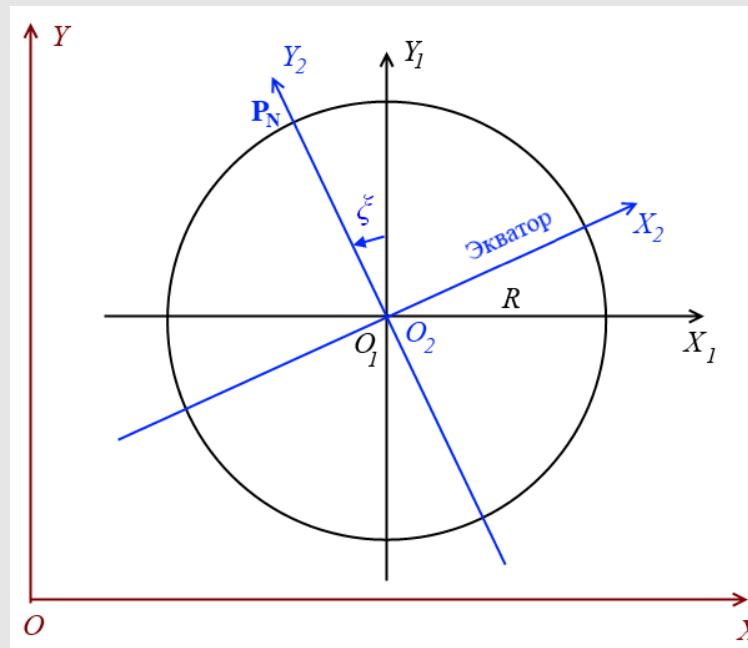
Этап 3: $(X_2O_2Y_2) \rightarrow (X_1O_1Y_1)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на позиционный угол ξ вокруг оси Z_2 с тем, чтобы оси X_2 и Y_2 оказались параллельными и сонаправленными осям X и Y на плоскости проекции (осям ПЗС):

$$x_1 = x_2 \cos \xi - y_2 \sin \xi, \quad (20)$$

$$y_1 = x_2 \sin \xi + y_2 \cos \xi \quad (21)$$

$$z_1 = z_2. \quad (22)$$



Этап 4: $(X_I O_I Y_I) \rightarrow (X O Y)$

Переход к системе координат на плоскости проекции.

$$x = x_0 + x_I \cdot k, \quad (23)$$

$$y = y_0 + y_I \cdot k, \quad (24)$$

где масштабный множитель k вычисляется по формуле (4).

Причём, если $z_I > 1/D$, то рассматриваемая точка находится на видимой стороне планеты, в противном случае – на обратной.

Приведенные формулы могут быть легко
запрограммированы на любом
языке программирования [ср]

На следующей лекции мы рассмотрим формулы
перспективной проекции
для случая планеты произвольной формы [2]

Поля FITS, задающие перспективную проекцию

(см. ББД-14 Lect#12)

```

PROJECTN= 'perspective'           / PROJECTION NAME

PRJ_B0   = -2.66905117034912 / LATITUDE OF SUB-OBS POINT (DEG)
PRJ_L0   = 2.64756274223328 / LONGITUDE OF SUB-OBS POINT (DEG)
PRJ_PA   = -19.3619849949382 / PLANET POSITION ANGLE (DEG)
PRJ_R    = 1737.4 / SPHERICAL PLANET RADIUS (KM)
PRJ_D    = 353424.71875 / PLANET DISTANCE (KM)
PRJ_PSI  = 0.0 / AZIMUTH OF POINTING DIR. DECLIN. (DEG)
PRJ_RHO  = 0.0 / POINTING DIRECTION DECLINATION (DEG)

```

Масштаб изображения (f , D , размер пикселя)

```

CDELT1  = 3.27119607411228 / KM PER PIXEL
CDELT2  = 3.27119607411228 / KM PER PIXEL

```

Поля FITS, определяющие обстоятельства наземных наблюдений (эфемериды)

```
DATE-OBS= '2006-10-07T23:25:14.000' / DATE AND TIME OF OBSERVATION  
GEO_LAT = 38.6722 / GEO. LAT. OF OBSERVER (DEG)  
GEO_LONG= 66.8972 / GEO. LONG. OF OBSERVER (DEG)  
GEO_HGHT= 2565.0 / GEO. HEIGHT OF OBSERVER (M)  
RA_OBJ = 20.941087603569 / OBJ. RA (DEG)  
DEC_OBJ = 10.8767499923706 / OBJ. DECLINATION (DEG)  
PA_OBJ = -20.4942436218262 / OBJ. POSITION ANGLE (DEG)  
HA = 338.567562103271 / OBJ. REFRACTED HOUR ANGLE (DEG)  
ZD = 33.7250747680664 / OBJ. REFRACTED ZENITH DISTANCE (DEG)  
OBJ_PHAS= 9.24219799041748 / OBJ. PHASE ANGLE (DEG)  
OBJ_OLAT= -2.66905117034912 / PLANETOCENTRIC OBSERVER LAT. (DEG)  
OBJOLON= 2.64756274223328 / PLANETOCENTRIC OBSERVER LONG. (DEG)  
OBJ_OD = 353424.71875 / PLANETOCENTRIC OBSERVER DISTANCE (KM)  
OBJ_SLAT= -0.537781774997711 / PLANETOCENTRIC SUN LAT. (DEG)  
OBJ_SLON= -6.34959125518799 / PLANETOCENTRIC SUN LONG. (DEG)  
OBJ_SD = 149838368.0 / PLANETOCENTRIC SUN DISTANCE (KM)
```

Соответствие параметров FITS и эфемерид HORIZONS (см. ББД-14 Lect#12)

RA_OBJ = R.A.

DEC_OBJ = DEC

PA_OBJ = NP.ang; если NP.ang > 180°, то PA_OBJ = NP.ang - 360°

HA = [cp]

ZD = 90° - Elev

OBJ_PHAS= S-T-O

OBJ_OLAT= Obsrv-lat

OBJOLON= Obsrv-lon

OBJ_OD = delta

OBJ_SLAT= Solar-lat

OBJ_SLON= Solar-lon

OBJ_SD = r

Соответствие параметров FITS и эфемерид (перспективная проекция)

```
PRJ_B0 = Obsrv-lat  
PRJ_L0 = Obsrv-lon  
PRJ_PA = NP.ang; если NP.ang > 180°, то PA_OBJ = NP.ang - 360°  
PRJ_R = 1737.4  
PRJ_D = delta  
PRJ_PSI = 0.0  
PRJ_RHO = 0.0
```

Список источников

1. Великодский Ю. И. «ВЛИЯНИЕ АЛЬБЕДО И РЕЛЬЕФА НА ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ ПО ДИСКУ ЛУНЫ», кандидатская диссертация
<http://www.astron.kharkov.ua/dslpp/moon/disser/velikodsky/prilozheniya.htm#b>
2. E. V. Shalygin, Yu. I. Velikodsky, V. V. Korokhin, and O. S. Shalygina. Formulas of the Perspective Cartographic Projection for Planets and Asteroids of Arbitrary Shape
<http://www.astron.kharkov.ua/dslpp/cartography/cartography.pdf>

Ура! Это всё!