

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2013/2014 навчального року. Харківська область, 11 клас.

Задача 1. (25 балів) В романі І. Єфремова «Час Бика» дії проходять на вигаданій планеті Торманс, яка обертається навколо червоної зорі невисокої світності з орбітальним періодом, що дорівнює $\frac{1}{4}$ земного року. Клімат на планеті схожий на клімат Землі з тією відмінністю, що сезонні зміни на Тормансі практично відсутні, тому що вісь обертання планети лежить точно у площині орбіти, причому одна півкуля («головна») завжди направлена вперед за напрямом орбітального руху планети, а інша («хвостова») – назад.

- Пояснити, чи може бути такий рух планети і чому?
- Як повинна бути орієнтована вісь обертання планети, щоб на ній не було сезонних змін температури?
- З урахуванням того, що світність зорі головної послідовності приблизно пропорційна кубу її мас, розрахувати:
параметри зорі, а саме: масу, світність і спектральний клас,
та відстань між Тормансом і центральною зорею.

Розв'язок.

- Такий рух планети неможливий, оскільки суперечить закону збереження моменту імпульсу. (2 б.)
- Для того, щоб не було сезонних змін, необхідно і достатньо, щоб вісь обертання була перпендикулярною до площини орбіти планети. (2 б.)
- Розрахунки зручно виконати, прийнявши наступні одиниці виміру:
= масу і світність – в одиницях маси і світності Сонця,
= відстань між планетою і зорею – в астрономічних одиницях,
= тривалість року – в земних роках.

Тоді, за третім законом Кеплера, маса зорі є

$$a^3/T^2 = M. \quad (2 \text{ б.})$$

Кількість енергії, яка падає на одиницю площі поверхні планети, дорівнює

$$L/a^2 = M^3/a^2 = 1, \quad (2 \text{ б.})$$

Звівши друге співвідношення в степінь 1.5 і підставивши його в перше – одержимо

$$T^2 = M^{7/2},$$

Тоді:

$$M = T^{4/7} = 0.25^{4/7} = 0.453 M_{\odot}. \quad (5 \text{ б.})$$

$$L = M^3 = T^{12/7} = 0.25^{12/7} = 0.093 L_{\odot}. \quad (5 \text{ б.})$$

$$a = (MT^2)^{1/3} = T^{6/7} = 0.25^{6/7} = 0.304 \text{ а.е.} \quad (5 \text{ б.})$$

Такі маса і світність характерні для зір спектрального класу M. (2 б.)

Задача 2. (15 балів) В одному з оповідань С. Лема про пілота Піркса («Умовний рефлекс») дія відбувається на оберненій стороні Місяця. С. Лем пише:

«Піркс зрозумів, про що говорить росіянин: на цій стороні довгі місячні ночі не освітлює величезний ліхтар Землі.

– А інфрачервоні окуляри тут не допоможуть? – спитав він.

Пнін посміхнувся.

– Інфрачервоні окуляри? Який в них толк, колего, ...»

Чому місячною ніччю інфрачервоні окуляри (прилад нічного бачення) не допоможуть бачити деталі місячної поверхні?

Розв'язок. Прилади нічного бачення реагують на різницю потоків в інфрачервоній ділянці спектру, які визначаються різницею в температурах різних ділянок поверхні Місяця (10 б.). Місячною нічною температура його поверхні знижується приблизно до 110 К, суттєво знижуються потоки випромінювання і також контрасти температури (5 б.). Тому нічною на Місяці інфрачервоні окуляри не будуть функціонувати.

Задача 3. (15 балів) Чи можна побачити диск Сонця з поверхні карликової планети Плутон неозброєним оком, та яка буде видима зоряна величина Сонця для такого спостерігача? Розв'язок провести з урахуванням ексцентриситету орбіти.

Розв'язок. Роздільна здатність людського ока становить у середньому одну кутову мінуту. Оскільки орбіта Плутона відрізняється від колової, слід обчислити перигелійну та афелійну відстані,

$$r_p = a(1-e) = 30 \text{ а.е.}, \quad r_a = a(1+e) = 50 \text{ а.о.}, \quad (3 \text{ б.})$$

та кутовий розмір Сонця на цих відстанях.

Кутовий розмір Сонця на відстані 1 а. о. становить біля $32'$. Оскільки кути малі, то можна тангенси кутів замінити значеннями самих кутів. Тоді одержуємо:

$$r_p = 32'/\alpha_p \text{ і } r_a = 32'/\alpha_a; \quad \alpha_p = 32'/(a(1-e)) \text{ і } \alpha_a = 32'/(a(1+e)).$$

Підставляючи числові значення, одержуємо:

$$\alpha_p = 1.1' \text{ і } \alpha_a = 0.7'. \quad (5 \text{ б.})$$

Отже диск Сонця можна побачити тільки в перигелії на межі роздільної здатності ока. (2 б.)

Видима зоряна величина Сонця з Землі (відстань 1 а. о.) становить -26.8^m , а інтенсивність світла обернено пропорційна квадрату відстані. Тоді видима зоряна величина Сонця з відстані Плутона у перигелії буде

$$m = -26.8^m + 5 \lg(30) = -26.8^m + 7.4^m = -19.4^m, \quad (5 \text{ б.})$$

що значно яскравіше ніж блиск Місяця при його спостереженнях з Землі (-13^m).

Задача 4. (15 балів) Найбільший в Сонячній системі вулкан Олімп на Марсі має в своїй основі діаметр 700 км. Телескоп, якого найменшого діаметру треба мати на Міжнародній космічній станції (МКС), щоб в нього можна було побачити вулкан Олімп у велике протистояння Марса? Чому спостереження потрібно проводити з МКС?

Розв'язок. Відстань від Землі до Марса у його велике протистояння дорівнює

$$r = a(1-e) - 1 \text{ (а.о.)}, \quad (3 \text{ б.})$$

де $a = 228$ млн. км – велика піввісь орбіти Марса, $e = 0.0934$ – її ексцентриситет. Обчислюючи, одержимо, що $r = 56$ млн. км. Звідси випливає, що кутовий розмір вулкана є

$$d = 700 / (56 \cdot 10^6) = 1.25 \cdot 10^{-5} \text{ рад.} \quad (3 \text{ б.})$$

Таким чином, роздільна здатність телескопа повинна бути не менше, ніж величина d . Тобто

$$d < 1.22 \frac{\lambda}{D}. \quad (3 \text{ б.})$$

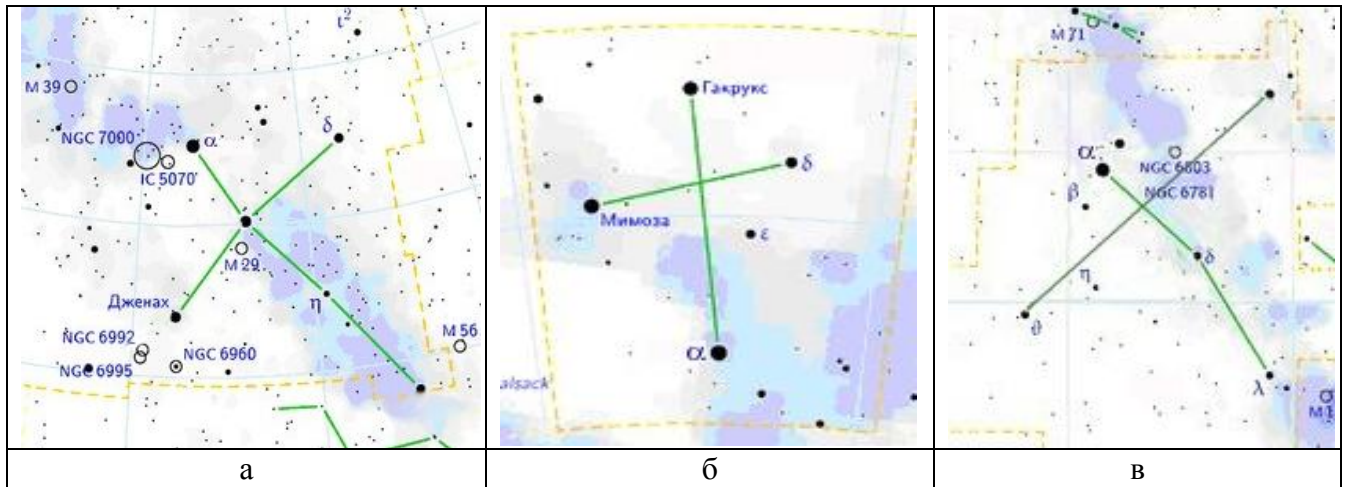
Для довжини хвилі $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м, одержимо, що

$$D > \frac{1.22 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{1.25 \cdot 10^{-5}} = 4.9 \cdot 10^{-2} \text{ м} \approx 5 \text{ см.} \quad (3 \text{ б.})$$

Це означає, що для таких спостережень, фактично, достатньо польового бінокля.

Спостерігати з МКС потрібно для того, щоб виключити вплив земної атмосфери. (3 б.)

Задача 5. (15 балів) На рисунку зображені два яскравих сузір'я північного і одне південної півкулі небесної сфери і вказані положення найяскравіших зір (α), що до них належать.



Вказати на рисунку, які зображено сузір'я та які назви мають найяскравіші зорі.

Розв'язок. Вказані сузір'я північного неба: а – Лебідь (Cyg), (2 б.) в – Орел (Aql) (2 б.) та південної півкулі: б – Південний Хрест (Cru). (4 б.) Їх найяскравіші зорі, відповідно, є: α Cyg – Денеб (2 б.), α Aql – Альтаір (2 б.), α Cru – Акрукс (3 б.).

Задача 6. (15 балів) Підраховано, що середня густина зір в околі Сонця дорівнює 0.125 зорі на 1 пк^3 . Чому дорівнює середня відстань між зорями в околі Сонця в парсеках і в кілометрах?

Розв'язок. Зоряна густина це кількість зір на одиницю об'єму. Відповідно цьому обернена їй величина це об'єм, що приходить на одну зорю, тобто це 8 пк^3 . (5 б.)

Представимо собі, що зорі розміщені у просторі, тобто в центрах кубічних комірок з об'ємом, що дорівнює 8 пк^3 . Тоді ребра цих комірок $l = 2 \text{ пк}$.

Тобто:

$$l^3 = 8 \text{ пк}^3, \quad l = 2 \text{ пк}. \quad (5 \text{ б.})$$

(Якщо рішення проведено з використанням об'єму сфери, що дає $l = 2.5 \text{ пк}$, вважати це також правильним).

Оскільки 1 пк це відстань з котрої 1 астр. одиниця (150 млн. км) видно під кутом одна секунда дуги, то

$$2 \text{ пк} = 2 \cdot 2062265 \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ км} = 6.2 \cdot 10^{13} \text{ км}. \quad (5 \text{ б.})$$

III этап Всеукраинской школьной олимпиады по астрономии 2013/2014 учебного года. Харьковская область, 11 класс.

Задача 1. (25 баллов) В романе И. А. Ефремова «Час Быка» действие происходит на вымышленной планете Торманс, которая обращается вокруг красной звезды невысокой светимости с орбитальным периодом вращения равным $\frac{1}{4}$ земного года. Климат на планете похож на климат Земли с тем отличием, что сезонные изменения на Тормансе практически отсутствуют, потому что ось вращения планеты лежит точно в плоскости орбиты, причем одно полушарие («головное») всегда направлено вперед по направлению орбитального движения планеты, а второе («хвостовое») – назад.

- Объяснить, возможно ли такое движение планеты и почему?
- Как должна быть ориентирована ось вращения планеты, чтобы на ней не было сезонных изменений температуры?
- С учетом того, что светимость звезд главной последовательности примерно пропорциональна кубу их массы, рассчитать параметры звезды, а именно: массу, светимость и спектральный класс, и расстояние между Тормансом и центральной звездой.

Решение.

- Такое движение планеты невозможно, так как противоречит закону сохранения момента импульса.
(2 б.)
- Для того, чтобы не было сезонных изменений необходимо и достаточно, чтобы ось вращения была перпендикулярна плоскости орбиты планеты.
(3 б.)
- Расчеты удобно выполнить, приняв следующие единицы измерения:
 - = массу и светимость – в единицах массы и светимости Солнца,
 - = расстояние между планетой и звездой – в астрономических единицах,
 - = продолжительность года – в земных годах.

Тогда, по третьему закону Кеплера, масса звезды есть

$$a^3/T^2 = M. \quad (2 \text{ б.})$$

Поскольку климат похож на земной, количество энергии, падающей на единицу площади поверхности планеты, равно тому, что и на Земле

$$L/a^2 = M^3/a^2 = 1, \quad (3 \text{ б.})$$

Возводя второе соотношение в степень 1.5 и подставляя его в первое – получаем

$$T^2 = M^{7/2},$$

Тогда:

$$M = T^{4/7} = 0.25^{4/7} = 0.453 M_{\odot}. \quad (5 \text{ б.})$$

$$L = M^3 = T^{12/7} = 0.25^{12/7} = 0.093 L_{\odot}. \quad (5 \text{ б.})$$

$$a = (MT^2)^{1/3} = T^{6/7} = 0.25^{6/7} = 0.304 \text{ а.е.} \quad (5 \text{ б.})$$

Такая масса и светимость характерна для звезд спектрального класса М. (5 б.)

Задача 2. (15 баллов) В одном из рассказов С. Лема о пилоте Пирксе («Условный рефлекс») действие происходит на обратной стороне Луны. С. Лем пишет: «Пирксе понял, что ему говорит русский: на этой стороне долгие лунные ночи не освещает большой фонарь Земли.

- А инфракрасные очки тут не помогут? – спросил он.

Пнин улыбнулся.

– Инфракрасные очки? Какой в них толк, коллега, ...»

Почему лунной ночью инфракрасные очки (прибор ночного видения) не помогут?

Решение. Приборы ночного видения реагируют на разницу потоков в инфракрасной области спектра, которые определяются разницей в температурах разных областей поверхности Луны. Лунной ночью температура её поверхности понижается примерно до 110 К, существенно уменьшаются потоки излучения и, следовательно, также контрасты температуры. Поэтому ночью на Луне инфракрасные очки не будут функционировать.

Задача 3. (15 баллов) Можно ли различить диск Солнца с поверхности карликовой планеты Плутон невооруженным глазом, и какая будет видимая звездная величина Солнца для такого наблюдателя? Решение выполнить с учетом эксцентриситета орбиты.

Решение. Разрешающая способность человеческого глаза составляет в среднем одну угловую минуту. Поскольку орбита Плутона отличается от круговой, следует вычислить перигелийное и афелийное расстояния,

$$r_p = a(1-e) = 30 \text{ а.е.}, \quad r_a = a(1+e) = 50 \text{ а.е.}, \quad (3 \text{ б.})$$

и угловой размер Солнца на этих расстояниях.

Угловой размер Солнца на расстоянии 1 а.е. составляет около 32'. Поскольку углы малые, то можно тангенсы углов заменить значениями самих углов в радианах. Тогда получим:

$$r_p = 32'/\alpha_p \text{ и } r_a = 32'/\alpha_a; \quad \alpha_p = 32'/(a(1-e)) \text{ и } \alpha_a = 32'/(a(1+e)).$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\alpha_p = 1.1' \text{ и } \alpha_a = 0.7'. \quad (5 \text{ б.})$$

Следовательно, диск Солнца можно увидеть только в перигелии и то на пределе разрешающей способности глаза.

(2 б.)

Видимая звездная величина Солнца с Земли (расстояние 1 а.е.) составляет -26.8^m , а интенсивность света обратно пропорциональна квадрату расстояния. Тогда видимая звездная величина Солнца с Плутона в перигелии будет

$$m = -26.8^m + 5 \lg(30) = -26.8^m + 7.4^m = -19.4^m, \quad (5 \text{ б.})$$

что существенно ярче блеска Луны в полнолуние при её наблюдении с Земли (-13^m).

Задача 4. (15 баллов) Самый большой в Солнечной системе вулкан Олимп на Марсе имеет в своей основе диаметр 700 км. Какой минимальный диаметр зеркала телескопа необходимо иметь на Международной космической станции (МКС), чтобы с его помощью можно было увидеть вулкан Олимп в великое противостояние Марса? Почему наблюдения необходимо проводить с МКС?

Решение. Расстояние от Земли до Марса в великое противостояние равно

$$r = a(1-e) - 1 \text{ (а.е.)},$$

где $a = 228$ млн. км – большая полуось орбиты Марса,

$e = 0.0934$ – эксцентриситет орбиты.

Вычисляя, получим, что $r = 56$ млн. км. Отсюда следует, что угловой размер вулкана есть

$$d = 700 / (56 \cdot 10^6) = 1.25 \cdot 10^{-5} \text{ рад.}$$

Таким образом, разрешающая способность телескопа должна быть не менее чем величина d . Т.е.

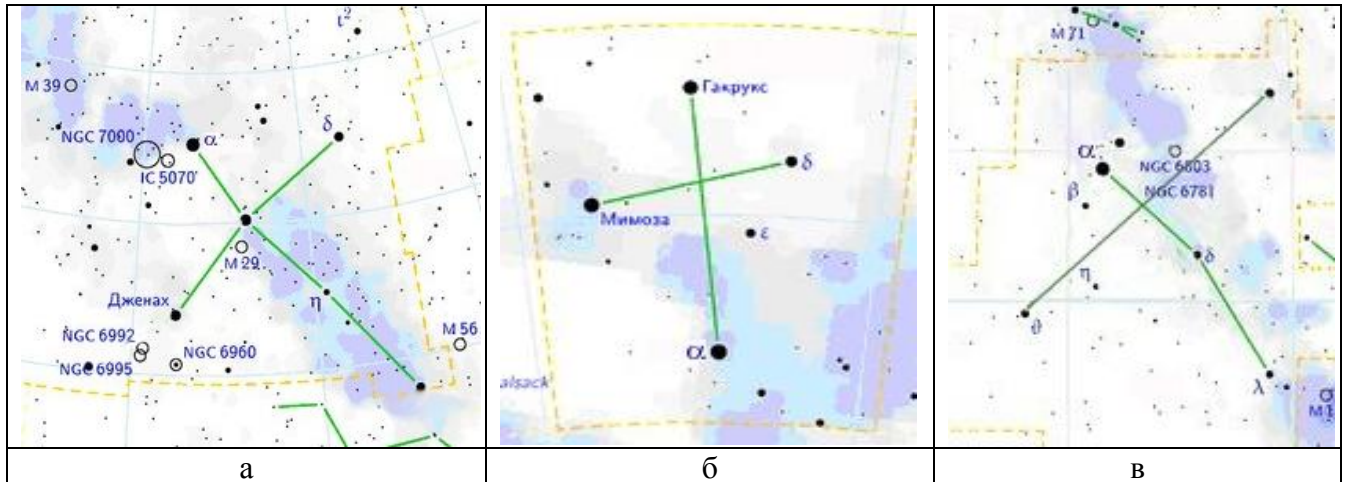
$$d < 1.22 \frac{\lambda}{D}.$$

При длине волны $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м, получим, что

$$D > \frac{1.22 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{1.25 \cdot 10^{-5}} = 4.9 \cdot 10^{-2} \text{ м} \approx 5 \text{ см}.$$

Это означает, что, фактически, для таких наблюдений достаточно было бы применения полевого бинокля, а наблюдения с МКС необходимы для того, чтобы исключить влияние земной атмосферы.

Задача 5. (15 баллов) На рисунке изображены два ярких созвездия северного и одно - южного полушария неба и указаны положения самых ярких звезд (α), которые им принадлежат.



Указать на рисунке, какие изображены созвездия и какие названия имеют самые яркие звезды.

Решение. Изображены созвездия северного неба: а – Лебедь (Cyg), (2 б.) в – Орёл (Aql) (2 б.) и южного полушария: б – Южный Крест (Cru). (4 б.) Их самые яркие звезды, соответственно, суть: α Cyg – Денеб (2 б.), α Aql – Альтаир (2 б.), α Cru – Акрукс (3 б.).

Задача 6. (15 баллов) Подсчитано, что средняя плотность звезд в окрестностях Солнца равна 0.125 звезды на 1 пк³. Чему равно среднее расстояние между звездами в окрестности Солнца в парсеках и километрах?

Решение. Звездная плотность это количество звезд на единицу объема. Соответственно, обратная ей величина это объем, который приходится на одну звезду, т.е. 8 пк³.

(5 б.)

Этот объем приблизительно равен кубу характерного расстояния между звездами l . Т.е.:

$$l^3 = 8 \text{ пк}^3, \quad l = 2 \text{ пк}. \quad (5 \text{ б.})$$

(Если решение проведено с использованием объема сферы, что дает $l=2.5$ пк, считать это столь же правильным).

Поскольку 1 пк это расстояние с которого 1 астр. единица (150 млн. км) видна под углом одна секунда дуги, то

$$2 \text{ пк} = 2 \cdot 206265 \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ км} = 6.2 \cdot 10^{13} \text{ км}. \quad (5 \text{ б.})$$