

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2015/2016 навчального року. Харківська область. 11 клас

Задача 1. (20 балів) Допитливий школяр, побачивши, що після 22 грудня тривалість дня починає збільшуватись, виписав з календаря час сходу та заходу Сонця у м. Києві. При цьому він зі здивуванням виявив, що з 22 грудня по 9 січня час сходу майже постійний ($7^{\text{h}}58^{\text{m}} \pm 1^{\text{m}}$), а час заходу змінюється на цілих 16 хвилин (з $15^{\text{h}}57^{\text{m}}$ до $16^{\text{h}}13^{\text{m}}$)! Він же вважав, що тривалість дня повинна збільшуватись порівну як за рахунок більш раннього сходу, так і за рахунок пізнішого заходу. Раз'ясніть школяру, в чому причина такої нерівномірності?

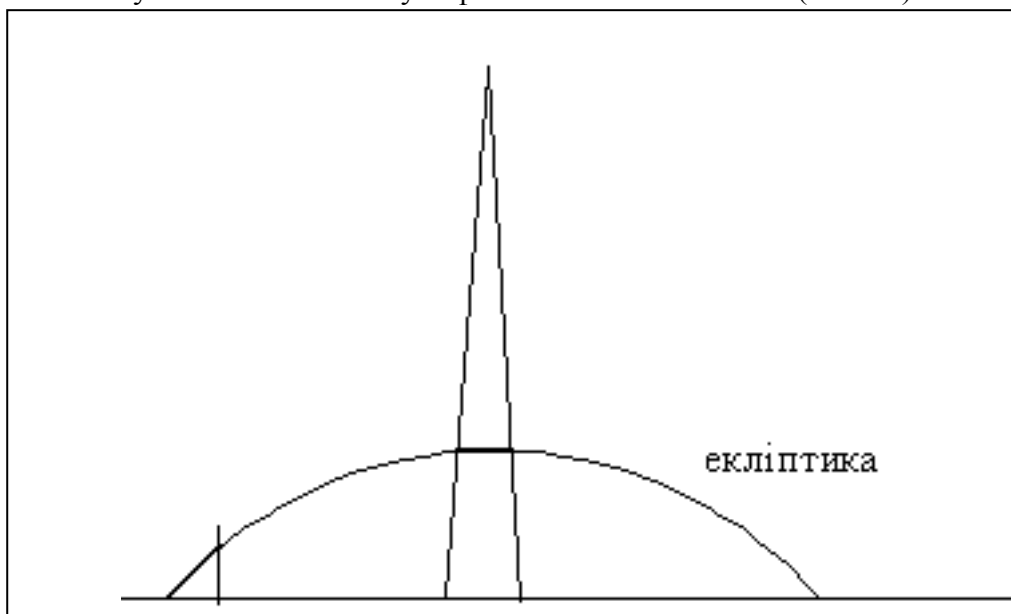
Розв'язок. Це пов'язано з тим, що ми живемо за так званим середнім часом, у якому кожна доба дорівнює строго 24 години. Однак істинна сонячна доба (проміжок часу між двома послідовними проходженнями Сонця через меридіан) не завжди однакова. Причиною того є те, що рух Сонця, який ми спостерігаємо, є сумою двох рухів:

(1) добового – який є відображенням обертального руху Землі навколо власної осі, рівномірного з точністю до мікросекунд;

(2) річного - орбітального руху Землі навколо Сонця, який описується другим законом Кеплера, а значить є нерівномірним, що дуже важливо для даної задачі. Рух (1) ми спостерігаємо як видимий рух Сонця зі сходу на захід протягом доби, а рух (2) – як повільне переміщення Сонця на фоні зоряного неба з заходу на схід протягом року. Можна написати рівняння для кутової швидкості видимого руху: $\omega = \omega_{\text{добова}} - \omega_{\text{річна}}$. (5 балів)

Коли Земля знаходиться на тій ділянці орбіти, яка найближча до Сонця (неподалік перигелію), вона рухається швидше ($\omega_{\text{річна}}$ зростає, ω зменшується), тому тривалість доби зростає. Як наслідок полудень день за днем зміщується відносно 12-ї години на годиннику, який йде за середнім часом, на пізніший час. У нашу епоху Земля проходить перигелій як раз на початку січня. Тому, після 22 грудня момент сходу Сонця майже не змінюється, бо момент полудня «тікає» від моменту сходу, а момент заходу, навпаки, зміщується з підвищеною швидкістю. (5 балів)

З вище сказаного може скластися враження, що, якби орбіта Землі була коловою, то моменти сходу і заходу зміщувалися б симетрично. Але навіть в цьому випадку обговорюваний ефект зберігся б! Річ в тому, що описані два рухи ще й виконуються навколо осей, що складають між собою деякий кут (славнозвісний «нахил екліптики до екватору» $23^{\circ}27'$). Тому поблизу рівнодень зміщення проекції Сонця на небесний екватор зменшується в $\cos \varepsilon$ разів від середнього, а поблизу сонцестоянь – збільшується в $1/\cos \varepsilon$ разів. (див малюнок). Тому проекція Сонця на екватор у час, близький до сонцестоянь все рівно рухається швидше, ніж у середньому. В задачі навмисно взяте зимове сонцестояння, коли ефекти від еліптичності орбіти Землі та від нахилу осі додаються. Влітку ж ефект нахилу частково компенсує ефект еліптичності. (5 балів)



Ефект нахилу зник би, якщо б вісь обертання Землі була перпендикулярна площині орбіти, але в такому разі й задачі б не було – тривалість дня завжди та всюди дорівнювала б 12 годинам.

Але є ще один випадок, коли ефект нахилу перестає працювати – якщо вісь планети лежить у площині орбіти (до речі в цьому випадку автоматично зникає й ефект еліптичності – всі зміни часу сходу та заходу відбуваються симетрично, тому, що проекція Сонця на екватор взагалі перестає рухатись!) (5 балів)

Задача 2. (20 балів) 23 лютого 1987 р. було зареєстровано спалах наднової SN 1987A у галактиці Велика Магелланова Хмара, у максимумі блиску її видима зоряна величина становила 3.0^m , у той же час розрахунок абсолютної зоряної величини за енергією спалаху дав значення -15.5^m . Вважаючи, що швидкість розширення оболонки становить 7000 км/с, обчислити який мінімальний розмір об'єктива космічного телескопа, що працює у візуальній частині спектру, потрібен, щоб розглядіти оболонку на дату 3 лютого 2016 р?

Розв'язок. Визначимо відстань до наднової, використовуючи рівняння, що пов'язує абсолютний блиск, видимий блиск та відстань:

$$M = m + 5 - 5 \lg r,$$

$r \approx 50000$ парсек (5 балів). Обчислимо відстань на яку розшириться оболонка від початку вибуху: час $t = (29 \cdot 365 + 6) \cdot 24 \cdot 3600 \approx 9.2 \cdot 10^8$ с, $l = 9.2 \cdot 10^8 \cdot 7000 = 6.4 \cdot 10^{12}$ км = $6.4 \cdot 10^{12} / (206265 \cdot 1.5 \cdot 10^8) \approx 0.21$ парсек (10 балів). Гранична роздільна здатність телескопу $\varphi = 1.22 \cdot \lambda / D$, будемо вважати, що спостереження ведуться на довжині хвилі 0.55 мкм, при такій роздільній здатності вже можна побачити оболонку, тоді для діаметра телескопа $D = 1.22 \cdot 0.55 \cdot 10^{-6} \cdot 50000 / 0.21 \approx 0.2$ м = 20 см. (5 балів).

Задача 3. (20 балів) В існуванні зір і теплокровних живих істот є одна спільна риса: кількість тепла, що в них виділяється повинна дорівнювати кількості, що витрачається. Інакше такі фізичні системи загинуть або від перегріву, або із-за охолодження. З урахуванням того, що середня густина зір головної послідовності та живих істот одного порядку, показати, що їх температура пропорційна взятому в степені $1/4$ добутку кількості енергії, що виділяється одиницею маси, та розміру.

Розв'язок. І зорі, і теплокровні живі істоти випромінюють (L_+), як абсолютно чорні тіла – за законом Стефана-Больцмана: пропорційно добутку площі системи ($S \propto R^2$, R – її радіус) на одиницю випромінюваної енергії (σT^4 , σ – стала Стефана-Больцмана, T – ефективна температура). Тобто:

$$L_+ \propto R^2 \sigma T^4.$$

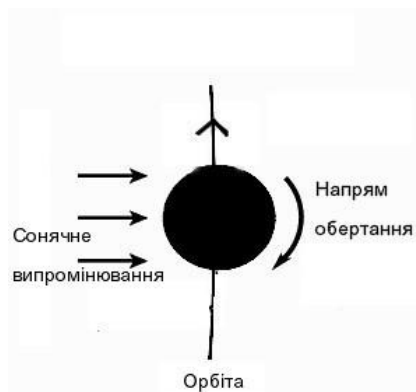
Енерговиділення в системі (L_+) йде в її об'ємі ($V \propto R^3$) і пропорційне її масі (M), тобто:

$$L_+ \propto \varepsilon M \propto \varepsilon \rho R^3,$$

де середня густина системи – $\rho = M/V \propto M/R^3$, ε – темп енерговиділення на одиницю маси. Якщо система знаходиться в тепловій рівновазі: $L = L_+$.

Таким чином, за середніх густин зір (головної послідовності) ρ_* та живих істот $\rho_{\text{жі}} \approx \rho_* \sim 1 \text{ г/см}^3 = \text{const}$:

$$T \propto (\varepsilon R)^{1/4}.$$



Задача 4. (10 балів) Сферичний астероїд рухається по круговій орбіті навколо Сонця і обертається навколо своєї осі так, як показано на рис (вісь обертання перпендикулярна площині орбіти). Опишіть якісно, як і завдяки чому буде змінюватися радіус його орбіти?

Розв'язок. Енергія, що поглинається тілом у видимому діапазоні довжин хвиль, через деякий час перевипромінюється в інфрачервоному діапазоні. На тілі, що обертається максимальна температура досягається при переході від освітленої до неосвітленої частини (на вечірній стороні), а мінімальна – також поблизу термінатора, але при переході від неосвітленої до освітленої частини (вранішня

сторона). (5 балів)

На рисунку тіло обертається у зворотному напрямку, тобто за годинниковою стрілкою і проти орбітального руху. При такому напрямку обертання гаряча область буде лежати по ходу орбітального, а холодна область буде з протилежної сторони. В такому випадку теплове

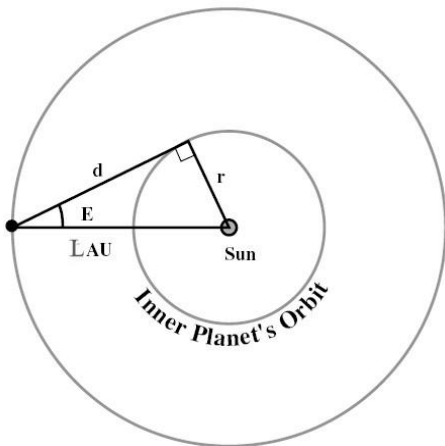
випромінювання направлене за рухом тіла, а його віддача проти руху. Таким чином, фотони теплового випромінювання зменшують швидкість тіла, що приводить до зменшення радіуса його орбіти. (5 балів)

Задача 5. (20 балів) Чи може з поверхні Марса космонавт неозброєним оком бачити роздільно Землю і Місяць при різному взаємному розташуванні Землі і Марса? Блиск повного Місяця -12.7^m , у першій чверті -9^m .

Розв'язок. Для формальної відповіді на поставлене питання необхідно розрахувати кутову відстань між Землею та Місяцем при двох випадках: коли відстань від Марса до Землі мінімальна та при максимальному віддаленні. Марс ближче всього до Землі в час протистояння, коли планета знаходиться на небі у напрямку, протилежному Сонцю. Протистояння повторюються кожні 26 місяців у різних точках орбіти Марса і Землі. Раз у 15—17 років протистояння приходяться на той час, коли Марс знаходиться поблизу свого перигелію; в цих, традиційно названих великими протистояннях, відстань до планети мінімальна. Для Марса велика піввісь 1.52 а.о., ексцентриситет 0.093, звідсіля знаходимо перигелійну відстань Марса: $q=a(1-e)=1.38$ а.о., афелійна відстань $Q=a(1+e)=1.666$ а.о. Для Землі велика піввісь 1 а.о. = 149.6 млн км, а ексцентриситет 0.0167, звідсіля знаходимо перигелійну відстань $q=a(1-e)=0.98$ а.о. = 147.1 млн км, афелійна відстань $Q=a(1+e)=1.017$ а.о. = 152.1 млн км. Для Місяця велика піввісь 384 000 км, ексцентриситет 0.055, звідсіля перигейна відстань 363 000 км, апогей на - 405 700 км. (5 балів)

У подальшому під мінімальною будемо розуміти відстань у велике протистояння, тобто Марс знаходиться поблизу перигелію, а Земля поблизу афелію, тоді відстань дорівнює 54.5 млн км. Якщо при цьому Місяць поблизу апогею, то таким чином ми одержали прямокутний трикутник, у якому один катет – відстань "Земля-Місяць", а другий катет – відстань "Земля - Марс", тоді кут під яким видно систему "Земля-Місяць" з Марса $\alpha = \arctg(0.405700/54.55) \approx 0.405700/54.55 = 0.007437$ радіана або переводячи в кутові мінуси одержимо $25'.5$. У випадку максимального віддалення (Земля в афелії і Марс у афелії, Сонце між ними) одержуємо 152.098 млн км + 249.224 = 401.326 млн км. $\alpha = \arctg(0.405696/401.326) \approx 0.405696/401.326 = 0.00101$ радіана або $3'.5$. (5 балів)

Це перший рівень задачі. Практично очевидно, що при умові максимальної (і мінімальної) відстані Земля буде для марсіанського спостерігача поблизу сполучення з Сонцем, тому візуальні її спостереження будуть практично неможливими. Оскільки для Марса Земля є внутрішньою планетою, то максимальну кутову відстань від Сонця (елонгація) можна оцінити виходячи з рисунка. Трикутник "Марс-Земля-Сонце" прямокутний з прямим кутом у Землі. Тоді, кутова відстань між Землею і Сонцем для марсіанського спостерігача $E = \arcsin(r/L) \approx (r/L) = 1/1.38 = 0.7246$ радіана або 41.5° . З урахуванням розрідженої атмосфери Марса, і відповідно меншої протяжності сутінок, поблизу елонгації Земля прекрасно видна з Марса. (5 балів)



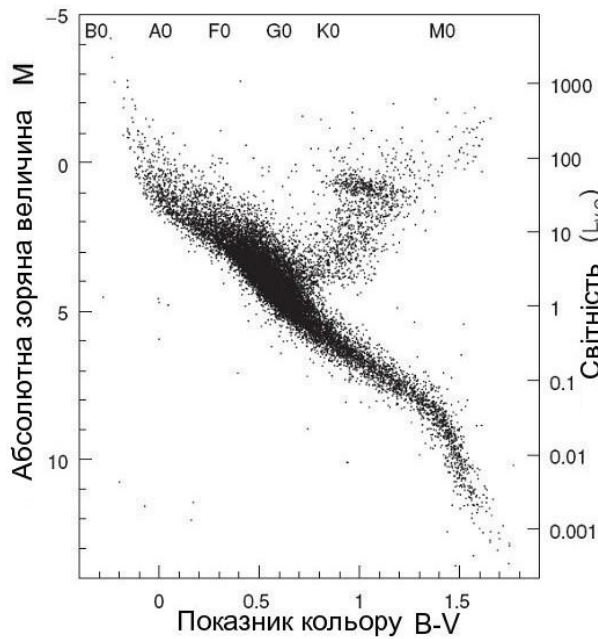
Тепер розрахуємо блиск Землі і Місяця поблизу елонгації. Оскільки кут при об'єкті спостереження (Землі) між спостерігачем (Марс) і джерелом світла (Сонцем) ми поклали рівним 90° , то освітлена доля диска Землі 0.5 (це легко бачити з рисунка). Місяць може бути при цьому також у фазі 0.5.

Якщо він у першій чверті (блиск -9 зор. вел.) для середньої відстані 380 тис. км, то з середньої відстані $d = (L^2 - r^2)^{1/2} = ((1.38)^2 - 1) = 0.951$ а.о. = 142 млн км буде $m_{\text{Марс}} = m_{\text{Земля}} + 5 \lg(142/0.405) = -9 + 12.7 = 3.7$ зор. вел. (5 балів)

Блиск Землі можна оцінити з того, що відбивна здатність Землі (її геометричне альbedo) є 0.37 і сильно залежить від доли диска, покритого хмарами (альbedo яких 0.6 – 0.7). Вважаючи, що блиск Землі прямо пропорційний долі освітленого диска, знаючи, що при освітленій половині диска відбивається 0.37 від падаючого випромінювання (сонячна стала 1326 Вт/м^2), одержимо потік енергії, що поступає від Землі $0.37 \cdot 0.5 \cdot 1326 \cdot 3.14 \cdot (6.38 \cdot 10^6)^2 = 3.13 \cdot 10^{16} \text{ Вт}$. Сонце має на відстані 1 а.о. блиск -26.6 зор. вел., а з відстані Марса (1.38 а.о.) $m = -26.6 + 5 \lg(1.38) = -25.9$. Використовуючи формулу Погсона і знаючи світність Сонця ($3.8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$) знаходимо різницю у блиску Сонця і Землі з Марса $m_C - m_Z = -2.5 \cdot \lg((L_C \cdot 0.95^2) / (L_Z \cdot 1.38^2)) = -24.4$, тобто $m_Z = -2.2$ зор. вел.

У випадку спостережень при елонгації, тобто з відстані 142 млн км кут, під яким видно відстань між Місяцем і Землею буде $(0.4/142)=9.7$ кут. мінути. (5 балів)

Задача 6. (10 балів) Наскільки далекі зорі можна побачити неозброєним оком? Скористайтеся



діаграмою Герцшпрунга–Рассела (див. рис.).

Розв’язок. Очевидно, що питання має на увазі розрахунок відстані на якій зорі найбільшої світності будуть мати видимої зоряної величини +6. Із діаграми ГР найбільшу світність мають зорі з абсолютною зоряною величиною -5. По визначенню, для зір на відстані d (пк) абсолютна зоряна величина M виражається через відому видимої зоряної величини m формулою:

$$M = m + 5 - 5 \lg d. \quad (5 \text{ балів})$$

Тоді відстань, на якій зорі з $M=-5$ будуть мати $m=+6$ дорівнює:

$$d = 10^{-0.2(M-m-5)} = 1600 \text{ пк} \quad (5 \text{ балів})$$

Довідкові дані:

Сонце	Світність	$3.8 \cdot 10^{26}$ Вт
Земля	Велика піввісь орбіти	1 а.о. = 150 млн. км
	Ексцентриситет	0.0167
	Альbedo	0.37
Місяць	Велика піввісь орбіти	384 тис км
	Ексцентриситет	0.055
	Альbedo	0.08
Марс	Велика піввісь орбіти	1.52 а.о.
	Ексцентриситет	0.093