

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2017/2018 навчального року. Харківська область. 10 клас.

**Задача 1 «Розкрутити Землю»**

5 балів

У скільки разів треба було б «прискорити» обертання Землі, щоб на земному екваторі наступив стан невагомості? Які будуть побічні ефекти від цього?

**Розв'язок:** Невагомість на екваторі настане за умови, що доцентрове прискорення на екваторі  $a$  дорівнюватиме гравітаційному прискоренню. Саме тоді тіла на екваторі будуть фактично знаходитися у стані вільного падіння. (1 б)

$$\text{Оскільки } a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}, \text{ де } R \text{ – радіус Землі, } T \text{ – тривалість доби. Якщо } a = g, T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}. \quad (1 \text{ б})$$

Тобто тривалість доби необхідно зменшити у  $n = \frac{T_0}{T} = \frac{T_0}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}}$  раз, де  $T_0 = 24^{\text{h}}$  – теперішня тривалість доби. Результат:  $T = 5080^{\text{s}} = 1^{\text{h}}25^{\text{m}}$  і  $n = 17$ . (1 б)

**«Побічні ефекти»** будуть жахливими! По-перше Земля почне швидко втрачати атмосферу та гідросферу. (1 б)

По-друге треба розуміти, що саме «тверде» тіло Землі в великому масштабі поводить себе як рідка крапля (саме тому Земля є трохи стиснутою з полюсів). Под час «розкручування» стиснення фігури Землі буде зростати, та при досягненні на екваторі невагомості почнеться викид речовини в космос — Земля перестане існувати як цілісне тіло. (1 б)

**Задача 2 «Атмосферний тиск»**

5 балів

Зараз середній тиск атмосфери Землі на рівні моря складає 101325 Па. Як він зміниться на короткому проміжку часу, якщо внаслідок дії парникового ефекту середня температура Землі збільшиться на 1 К?

**Розв'язок.**

Атмосферний тиск дорівнює масі атмосфери, помноженій на прискорення вільного падіння та поділеній на площу земної поверхні. (3 б)

Оскільки парниковий ефект не в змозі змінити жоден з цих параметрів – атмосферний тиск залишиться незмінним при змінах температури в досить широких межах. При цьому ми враховуємо той факт, що товщина атмосфери є малою порівняно з радіусом Землі, тому можна вважати, що прискорення вільного падіння однакове на всіх висотах в атмосфері. (2 б)

**Задача 3 «Скільки важить “Мрія”»**

15 балів

Найбільший у світі транспортний літак Ан-225 “Мрія” має максимальну злітну масу 640 000 кг. Він може літати зі швидкістю до 800 км/год на висотах до 12 км. Візьмемо випадок, коли цей літак стоїть нерухомо на летовищі, що розташоване на екваторі. Як порівняно з цим зміниться його вага, якщо літак:

- піднявся на 12 км та летить з малою швидкістю (умовно – з нульовою);
- летить на захід на максимальній швидкості на малій (умовно – на нульовій) висоті;
- летить на схід на максимальній висоті та швидкості?

(Вказівка: Вважати Землю кулею з радіусом 6378 км, прискорення вільного падіння на екваторі  $9,780 \text{ м/с}^2$ .)

**Розв'язок**

Прискорення вільного падіння – це гравітаційне прискорення, зменшене на величину доцентрового прискорення:  $g(h, v) = \frac{GM}{(R+h)^2} - \frac{v^2}{(R+h)}$ . (5 б)

Розглянемо залежність від висоти польоту:

$$g(h, 0) = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{R^2 + 2Rh + h^2} = \frac{GM}{R^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{2h}{R} + \frac{h^2}{R^2}\right)} \approx g(0, 0) \cdot \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

Висоті 12 км відповідає зменшення  $g$  на  $9,780 \text{ м/с}^2 \cdot 2 \cdot 12 / 6378 = 0,037 \text{ м/с}^2$  (2 б).

Швидкість  $v$  в свою чергу дорівнює векторній сумі лінійної швидкості точки поверхні Землі та швидкості літака відносно Землі. (2 б). На екваторі точка поверхні Землі має швидкість:

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 6,378 \cdot 10^6 \text{ м}}{23,93 \cdot 3600 \text{ с}} = 465 \text{ м/с} \approx 1,67 \text{ км/с}. \text{ Це створює доцентрове прискорення } 0,034 \text{ м/с}^2. \text{ (2 б)}$$

Саме тому прискорення вільного падіння на екваторі зменшується на цю величину від стандартного 9,81 до 9,78 м/с<sup>2</sup> (зараз ми не розглядаємо вплив стиснення Землі). Для руху на схід швидкість літака 800 км/год = 222 м/с додається до швидкості поверхні та складає 687 м/с, що створює  $a = 0,074 \text{ м/с}^2$ , а для руху на захід – віднімається, даючи 243 м/с та  $a = 0,009 \text{ м/с}^2$

Тому вага «Мрії» в випадках:

а) зменшується на  $640\,000 \text{ кг} \cdot 0,037 \text{ м/с}^2 = 23,5 \text{ кН}$ ; (2 б)

б) зростає на  $640\,000 \text{ кг} \cdot (-0,009 - 0,034) \text{ м/с}^2 = 16,0 \text{ кН}$ ; (2 б)

в) зменшується на  $640\,000 \text{ кг} \cdot (0,074 - 0,034 + 0,037) \text{ м/с}^2 = 49,3 \text{ кН}$  (2 б)

#### **Задача 4 «Космонавт на Іо»**

15 балів

Через дію припливного тертя супутник Юпітера Іо завжди повернутий до Юпітера однією півкулею, як і Місяць до Землі. Чи зможе космонавт на цій півкулі читати текст, у той момент, коли для земного спостерігача Іо проходить по диску Юпітера? Відстань Іо від Юпітера 422 тис.км, Юпітера від Сонця – 5,2 а.о., радіус Юпітера 70 тис.км. Юпітер відбиває 45% світла, що падає на нього, тоді як Місяць тільки 8%. Освітленість від Місяця у повні для земного спостерігача складає 0,25 люкса, без ускладнень можна читати при освітленості понад 5 люксів.

**Розв'язок:**

Очевидно, що для космонавта єдиним джерелом світла буде освітлена Сонцем півкуля Юпітера. Знайдемо освітленість на поверхні Іо та порівняємо її із освітленістю на Землі у повню.

Кутовий діаметр Юпітера з поверхні Іо  $\theta_{Io} = 2 \arcsin\left(\frac{R_{Io}}{a_{Io}}\right) = 19,1^\circ$ ; (2 б)

Це в 40 разів більше, ніж кутовий діаметр Місяця для земного спостерігача.

Знайдемо у скільки разів яскравість поверхні Місяця відрізняється від яскравості Юпітера. Останній у 5,2 рази далі від Сонця ніж Місяць, а отже його освітленість у  $5,2^2 = 27$  разів менше, за освітленість поверхні Місяця. Загалом, якщо  $A$  – відбивна здатність даного тіла, то:

$$\frac{I_M}{I_{Io}} = \frac{A_M}{A_{Io}} \left(\frac{a_{Io}}{1 \text{ а.о.}}\right)^2 = 4,2; \quad (2 б)$$

Таким чином, диск Юпітера має у 4,2 рази меншу яскравість.

Освітленість на Іо залежить від яскравості диску Юпітера та його площі, отже у порівнянні із освітленістю на Землі у повню, освітленість від Юпітера:

$$\frac{F_{Юн}}{F_M} = \frac{I_{Юн}}{I_M} \left( \frac{g_{Юн}}{g_M} \right)^2 = 344; \quad (2 \text{ б})$$

Саме у стільки разів на нічній півкулі Іо світліше ніж у ясну земну ніч, коли Місяць у повні. А саме  $344 \cdot 0.25 = 86$  лк, тому можна вважати умови для читання на нічній стороні Іо гарними. (2 б)

### **Задача 5 «Швидкість гравітаційних хвиль»**

10 балів

17 серпня 2017 р. о 12:41:04 за всесвітнім часом приладами LIGO (США) та VIRGO (Італія) було вперше зареєстровано гравітаційно-хвильовий сигнал GW170817 від злиття двох нейтронних зір. Через 1,7 секунди після цього космічний гамма-телескоп "Fermi", що рухається по низькій навколосемній орбіті, зареєстрував швидкий гамма-спалах GRB 170817A. Подальші спостереження встановили, що подія відбулася у галактиці NGC4993 на відстані 40 мегапарсек. Що можна сказати на основі цих даних про максимальну можливу різницю швидкостей світла та гравітаційних хвиль? 1 парсек дорівнює 3,26 світлового року.

#### ***Розв'язок.***

Позначимо час, який затратили гравітаційні хвилі на шлях від джерела до нас  $t_1$ , а час, що подорожувало світло -  $t_2$ . Якщо позначити відстань до джерела  $l$ , швидкість світла  $c$ , а  $v$  – швидкість гравітаційних хвиль. Також нехай  $\Delta t = 1,7$  секунд – час між приходом сигналів.

$$t_2 - t_1 = \frac{l}{c} - \frac{l}{v} = l \cdot \left( \frac{1}{c} - \frac{1}{v} \right); \quad (2 \text{ б})$$

$$t_2 - t_1 = \Delta t \quad (1 \text{ б})$$

$$\frac{1}{c} - \frac{\Delta t}{l} = \frac{1}{v} \quad (1 \text{ б})$$

$$v = \frac{c \cdot l}{l - c \cdot \Delta t}, \quad (2 \text{ б})$$

$$v - c = \frac{c \cdot l}{l - c \cdot \Delta t} - c = \frac{c \cdot l - c \cdot (l - c \cdot \Delta t)}{l - c \cdot \Delta t} = \frac{c^2 \cdot \Delta t}{l - c \cdot \Delta t}. \quad (2 \text{ б})$$

$$l \gg c \cdot \Delta t. \quad (1 \text{ б})$$

$$v - c = \frac{c^2 \cdot \Delta t}{l} = 1,24 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}. \quad (1 \text{ б})$$

### **Задача 6 «Цефеїди в ВМХ»**

10 балів

Досліджуючи Велику Магеланову Хмару по її знімкам на фотографічних платівках Генрієтта Лівітт відкрила 1777 змінних зір у цьому супутнику нашої галактики. Проаналізувавши ці дані у 1908 році вона відкрила залежність "період–світність" для пульсуючих змінних зір - цефеїд. Чому це відкриття було зроблено саме за спостереженнями зір Магеланової Хмари, а не зір нашої галактики? Сучасне значення відстані до Великої Магеланової Хмари - 50 кілопарсек, на небі вона має розміри  $9^\circ$  на  $11^\circ$ .

#### ***Розв'язок.***

Термін "залежність "період – світність"" означає, що для пульсуючих змінних зір – цефеїд існує залежність між періодом зміни їх блиску та їх власною світністю. (Конкретний вид цієї залежності нам в цій задачі неважливий).

По-перше, треба знаючи кутові розміри на небі ВМХ і відстань до неї обрахувати її лінійні розміри (позначимо відстань до ВМХ  $l$ ,  $r$  – відстань та радіус ВМХ, а  $\alpha$  – кут під яким ми бачимо всю ВМХ), тоді, беручи  $11^\circ$  отримаємо:

$$2r = 2l \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx 9600 \text{ пк}; \quad (2 \text{ б})$$

ВМХ є не плоским об'єктом, а тривимірним, але її протяжність вздовж променя зору можна вважати приблизно тією ж, що й поперечний розмір. Тоді, вважаючи всі зорі ВМХ такими, що мають однакову відстань від спостерігача (50 кпк) ми робимо помилку лише у  $\pm 4,8$  кпк, тобто  $\pm 10\%$ .

Далі, запишемо формулу для абсолютної зоряної величини:  $M = m + 5 - 5 \lg(l \pm \Delta); \quad (3 \text{ б})$

Можна порахувати діапазон похибки, яку ми допускаємо вважаючи всі зорі ВМХ однаково віддаленими від спостерігача. Підставляючи значення  $l$  та  $\Delta$  ( $l=50$  кпк,  $\Delta=4,8$  кпк), знаходимо що, наприклад, для зорі із видимою зоряною величиною  $16^m$  (це значення повністю довільне і взято його лише для прикладу) її абсолютна зоряна величина дорівнює  $M=-2^m,5 \pm 0^m,2$ . Тобто похибка незначна.

Таким чином, вважаючи, що всі зорі мають однакову відстань від нас, ми не робимо значної помилки, отже для нас видимі зоряні величини є еквівалентом абсолютної зоряної величини, тобто є мірою їх світності.

Якщо б для побудови залежності ми намагалися б використовувати зорі нашої Галактики, для визначення світності потрібно до кожної цефеїди окремо визначати відстань, що потребує надточних і тривалих спостережень. (5 б)