

**III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2019/2020
навчального року. Харківська область. 11 клас.**

Задача 1 (5 балів) Найяскравішою зорею, яку можна бачити з Харкова кожної ясної ночі є: 1) Сіріус, 2) Полярна, 3) Вега, 4) Капелла, 5) жодна з перелічених.

Розв'язок: Капелла (вірна відповідь) (5 балів)
Вега (вона яскравіша, але трооошечки заходить) (3 бали)
Сіріус (найяскравіша, але видно тільки взимку) (1 бал)
Полярна (невірне, але росповсюджене уявлення) (0 балів)

Задача 2. (5 балів) Комета Галлея, період обертання якої навколо Сонця складає 76 років, проходить у перигелії на відстані 0.6 а.о. від Сонця. Визначте, у скільки разів слабше Сонце освітлює поверхню її ядра у афелії, ніж у перигелії?

Розв'язок:

За III законом Кеплера можна знайти велику піввісь орбіти:

$$a = T^{2/3} \approx 18 \text{ а.о.} \quad (2 \text{ бали})$$

Оскільки в перигелії відстань $r = 0.6$ а.о., тоді в афелії вона складає

$$R = 2a - r = 35.4 \text{ а.о.} \quad (1 \text{ бал})$$

За законом обернених квадратів відношення освітленостей:

$$E_r/E_R = R^2/r^2 = (35.4 / 0.6)^2 \approx 3.5 \cdot 10^3 \text{ рази.} \quad (2 \text{ бали})$$

Задача 3. (10 балів) У скільки разів зміниться величина сонячної сталої, якщо замість Сонця ($R=7 \cdot 10^5$ км, $T=6000$ К) помістити щойно утворену нейтронну зорю, що має радіус 14 км, а температура її поверхні $6 \cdot 10^6$ К?

Розв'язок:

Сонячна стала Q – це потужність енергії випромінювання, що приходить від Сонця на 1 м^2 поверхні Землі. (1 бал)

Сонце випромінює майже як абсолютно чорне тіло, тому з кожної одиниці його поверхні випромінюється $W_0 = \sigma T^4$. (2 бали)

Повна потужність випромінювання (світність) Сонця $W = W_0 S = 4\pi R^2 \sigma T^4$, де σ – стала Стефана-Больцмана, T – температура поверхні Сонця. (2 бали)

Вважаємо, що відстань Землі до нейтронної зорі дорівнює теперішній відстані до Сонця: «на місце Сонця помістили...» (1 бал)

Якщо Сонце замінити на нейтронну зорю, відношення:

$$\frac{Q}{Q_{NS}} = \frac{W}{W_{NS}} = \frac{4\pi\sigma R^2 T^4}{4\pi\sigma R_{NS}^2 T_{NS}^4} = \left(\frac{R}{R_{NS}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_{NS}}\right)^4 = \left(\frac{7 \cdot 10^5}{14}\right)^2 \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^6}\right)^4 = \frac{10^{10}}{4 \cdot 10^{12}} = \frac{1}{400} \quad (4 \text{ балів})$$

Задача 4. (10 балів) Пульсарами є нейтронні зорі, періоди обертання яких становлять декілька мілісекунд. Оцініть мінімально можливий період обертання пульсара. (Вказівка: Маса нейтрона прийємо $m_n = 1.7 \cdot 10^{-27}$ кг, а за його радіус візьємо радіус дії ядерних сил $r_n = 1 \cdot 10^{-15}$ м).

Розв'язок:

При обертанні тіла точка на його екваторі не може рухатись швидше за першу космічну швидкість цього тіла. (2 бали)

Вважаючи (хоч це й не зовсім вірно для тіла, що швидко обертається!) тіло кулею радіусу R та густини ρ , отримуємо:

$$v = \frac{2\pi R}{T} < \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{4\pi G \rho R^2}{3}}, \text{ звідки } T > \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}. \quad (3 \text{ бали})$$

Зауважимо, що до формули не увійшов радіус тіла!

Оскільки пульсар це нейтронна зоря, то будемо вважати, що основною складовою її є нейтрони, отже вона має ту ж густину, що й нейтрон:

$$\rho = \frac{3m}{4\pi r^3} = \frac{3 \cdot 1.7 \cdot 10^{-27}}{4 \cdot 3.14 \cdot 10^{-45}} \approx 4 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3 \quad (3 \text{ бали}).$$

Підставляючи значення, остаточно отримуємо $T_{min} = 0.6$ мс (2 бали)

Зауважимо, що найкоротший період 1.4 мс має пульсар PSR J1748-2446ad.

Задача 5. (15 балів) Сферичний кінь знаходиться в вакуумі, має абсолютно чорне тіло та обертається швидко та хаотично. На якій довжині хвилі його найкраще спостерігати, якщо відстань коня від Сонця дорівнює 1 а.о.?

Розв'язок.

Якщо тіло коня абсолютно чорне – ми не можемо спостерігати відбите сонячне випромінювання, а лише його власне. (1 бал)

Розподіл випромінювання абсолютно чорного тіла залежить лише від його температури. (1 бал)

Якщо кінь обертається швидко та хаотично, можемо вважати, що всі точки його поверхні мають однакову температуру. (1 бал)

Цю температуру можна розрахувати виходячи з закону збереження енергії: кінь повинен випромінювати рівно стільки енергії, скільки отримує від Сонця. (2 бали)

Сонце, випромінює майже як чорне тіло, тому кожен метр квадратний поверхні Сонця дає $W_0 = \sigma T^4$, а на відстані D , згідно з законом обернених квадратів потік

випромінювання W :
$$W = W_0 \left(\frac{r}{D}\right)^2 = \frac{\sigma T^4}{4} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2,$$

де σ – стала Стефана-Больцмана, r та d – радіус та діаметр Сонця відповідно, а T – температура Сонця (примемо її за 6000°K). (2 бали)

Тоді кінь радіуса R отримує від Сонця: $E^+ = W \cdot \pi R^2 = \frac{\pi \sigma T^4}{4} \left(\frac{Rd}{D}\right)^2,$ (2 бали)

а випромінює: $E^- = \sigma t^4 \cdot 4\pi R^2$, де t – температура коня. (2 бали)

Звідси отримуємо: $t = \frac{T}{2} \sqrt{\frac{d}{D}} \approx \frac{T}{21} = 285^\circ\text{K}$ (2 бали)

Довжину хвилі, на яку приходиться максимум власного випромінювання коня знайдемо з закону зміщення Віна: $\lambda_{max} t = 0.29$ см К, що дає приблизно 10 мкм. (2 бали)

Задача 6. (15 балів) Вважається, що радіоактивний розпад є основним джерелом енергії, що розігріває надра Землі і є рушієм тектоніки плит. 22 січня 2020 оприлюднені результати спостережень на нейтринній обсерваторії Борексіно: за 12 років було зареєстровано 53 антинейтрино, що народилося під час радіоактивного розпаду U^{238} та Th^{232} у надрах Землі. Цих даних вистачило, щоб визначити повний вміст урану (33 Тт) та торію (143 Тт). Відомо, що розпад урану продукує 94 мкВт/кг а торію 26 мкВт/кг. Обчисліть яка доля енергії, що її виділяє Земля (87 мВт/м^2), походить саме з радіоактивного розпаду цих елементів.

Розв'язок:

Повну потужність, що виділяє Земля W отримаємо помноживши повну площу поверхні Землі S на тепловий потік з одного квадратного метра q :

$$W = qS = 4\pi R^2 q = 4 \cdot 3.14 \cdot 6.4^2 \cdot 10^{12} \cdot 87 \cdot 10^{-3} = 44 \cdot 10^{12} \text{ Вт.} \quad (5 \text{ балів})$$

З того $W_U = M_U \cdot Q_U$ виділяється при розпаді урану, а $W_{Th} = M_{Th} \cdot Q_{Th}$ – при розпаді торію, де M – маса, а Q – потужність енерговиділення на кілограм маси відповідного елемента:

$$W_U = 33 \cdot 10^{15} \cdot 94 \cdot 10^{-6} = 3.1 \cdot 10^{12} \text{ Вт,} \quad (3 \text{ бали})$$

$$W_{Th} = 143 \cdot 10^{15} \cdot 26 \cdot 10^{-6} = 3.7 \cdot 10^{12} \text{ Вт,} \quad (3 \text{ бали})$$

що в сумі дає: $W_U + W_{Th} = 6.8 \cdot 10^{12} \text{ Вт,} \quad (2 \text{ бали})$

або приблизно 15% від повного енерговиділення Землі. (2 бали)