

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2012/2013 навчального року. Харківська область, 10 клас.

Задача 1. (15 балів) Які зоряні конфігурації зображено на малюнку?

Відповідь. а) сузір'я Великої Ведмедиці (Возу), б) сузір'я Малої Ведмедиці, в) розсіяне зоряне скупчення Стожари (Плеяди), г) сузір'я Дельфіна.

Задача 2. (15 балів) У скільки разів збільшиться відстань до горизонту на Марсі при підйомі спостерігача зростом 2 м від підніжжя гори Олімп на верхівку гори. (Вважати висоту Олімпа 25 км, а радіус Марса – 3400 км).

Розв'язок. Відстань до горизонту L радіус планети R та висота спостереження h пов'язані співвідношенням (теорема Піфагора): $L^2 + R^2 = (R + h)^2$, звідки $L = \sqrt{2Rh + h^2}$, або, нехтуючи h порівняно з R , $L \approx \sqrt{2Rh}$. Тоді з висоти 2 м $L_{2M} = \sqrt{2 \cdot 3400 \cdot 0.002} = 3.7$ км, а з висоти 25 км - $L_{25KM} = \sqrt{2 \cdot 3400 \cdot 25} = 410$ км. Отримуємо, що відстань до горизонту збільшиться при підйомі на Олімп в $410/3.7 = 111$ разів. Що цікаво, той самий результат можна було отримати й не знаючи радіуса Марса, а тільки зауваживши, що відстань до горизонту пропорційна кореню квадратному з h . Тоді збільшення висоти в $25000/2 = 12500$ разів приводить до збільшення відстані до горизонту в 112 разів. Звісно, все це можна робити, розуміючи, що як зріст людини так і висота гори Олімп набагато менші за радіус планети.

Задача 3. (15 балів) 3. Є дві однакові за розміром планети. Але середня густина планети А вдвічі більша, ніж у планети В. Як відносяться між собою перші космічні швидкості для цих планет?

Розв'язок. Перша космічна швидкість $V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$. Середня густина $\bar{\rho} = \frac{3M}{4R^3}$. Звідси $V_1 = \sqrt{\frac{4}{3} \bar{\rho} R^2}$.

Отже $V_{1A}/V_{1B} = \sqrt{\bar{\rho}_A/\bar{\rho}_B} = \sqrt{2} = 1.41$.

Задача 4. (15 балів) 4. В повісті А. Н. і Б. Н. Стругацьких «Шлях на Амальтею» при описі сходу Юпітера для спостерігача на його супутнику Амальтеї говориться: «Лишається тільки Юпітер, величезний, бурий, кострубатий, він довго вибирається з-за горизонту, ніби розпухаючи, і займає на ньому чверть неба». Перевірити це, знаючи, що радіус орбіти Амальтеї $a = 181.3$ тис. км. тис. км, а радіус Юпітера $R = 71.4$ тис. км.

Розв'язок. Зробимо рисунок у площині горизонту Амальтеї. З нього ясно, що кут, під яким видно з Амальтеї диск Юпітера, дорівнює $\alpha = 2 \arcsin \frac{R}{a} = 46.4^\circ$, що майже вдвічі менше, ніж 90° .

Задача 5. (20 балів) У цієї ж повісті є така фраза: «Директор пішов далі, неквапливо переставляючи ноги у великих магнітних черевиках. На Амальтеї майже не було ваги, і це було вкрай незручно». Знайдіть прискорення сили ваги на Амальтеї, якщо її середній радіус $R = 94$ км, середня густина 2 г/см^3 , а період обертання навколо осі $P = 36$ годин. (Примітка: На час написання повісті дійсний час обертання Амальтеї навколо осі був невідомий, насправді він дорівнює періоду орбітального руху – має місце так звана «синхронна ротація»)

Розв'язок. Прискорення сили ваги дорівнює (не враховуючи доцентрового прискорення, чому?) дорівнює $g = \frac{GM}{R^2}$. Середня густина є $\bar{\rho} = \frac{3M}{4R^3}$, звідки випливає, що $g = \frac{4\pi}{3} G \bar{\rho} R = 0.06 \text{ м/с}^2$.

Доцентрове прискорення на екваторі Амальтеї $a = \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 R = 0.22 \text{ мм/с}^2$, і його можна не враховувати.

Задача 6. (20 балів) Гравітаційним радіусом r_g тіла з масою M називається його радіус, при якому друга його космічна швидкість дорівнює швидкості світла c . Обчислити гравітаційні радіуси Землі та Сонця, знаючи, що друга космічна швидкість для Землі 11.2 км/с , а для Сонця 618 км/с .

Розв'язок. Квадрат другої космічної швидкості дорівнює $V_2^2 = 2GM/R$, де R – радіус тіла. Звідси випливає, що гравітаційний радіус тіла дорівнює $r_g = 2GM/c^2$, тобто відношення $r_g/R = V_2^2/c^2$. Звідси обчислюємо, що гравітаційний радіус Землі дорівнює 1 см , а Сонця – 3 км .